Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерий и компьютерной техники

Лабораторная работа №7 по дисциплине

«Математическая статистика»

Вариант 5

**Работу выполнили:**

Боринский Игорь Дмитриевич, группа P3214

Болорболд Аригуун, группа P3211

**Команда:**

5

**Преподаватель:**

Милованович Е. В.

**Практик:**

Ким Эрик Евгеньевич

Санкт-Петербург

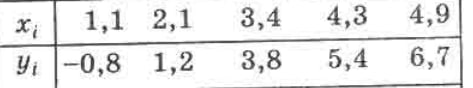
2024

1. **Цель работы:**

На основании анализа двумерной выборки:

1. Построить точечную оценку линейной функции регрессии по методу средних и методу наименьших квадратов.
2. Проверить статистическую гипотезу об адекватности выбранной модели экспериментальным данным.
3. Построить доверительные интервалы для коэффициентов функции регрессии и для всей функции.

Исходные данные:



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 1,1 | 2,1 | 3,4 | 4,3 | 4,9 |
| *yi* | –0,8 | 1,2 | 3,8 | 5,4 | 6,7 |

Объём выборки

Доверительная вероятность .

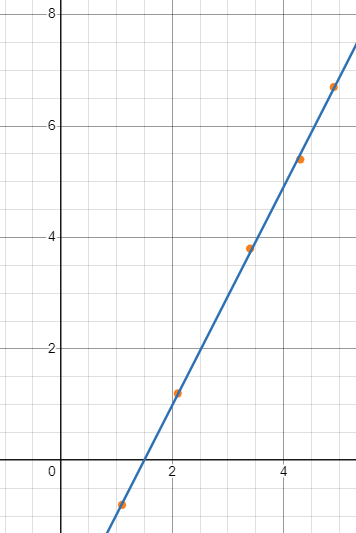
1. **Линейная модель**

Формула:

1. Метод средних:

Исходя из таблицы, составляем уравнения и сложим первые 2 и последние 3:

Получена точечная оценка:

**

*График 1. Точечная оценка метода средних.*

1. Метод наименьших квадратов

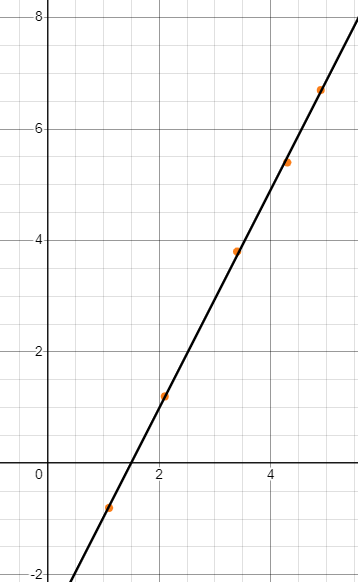
Для линейной функции

Находим экстремум:

После подсчета сумм получили систему:

Посчитаем неизвестные:

Получена точечная оценка:



*График 2. Точечная оценка МНК*

1. Квадратичная модель:

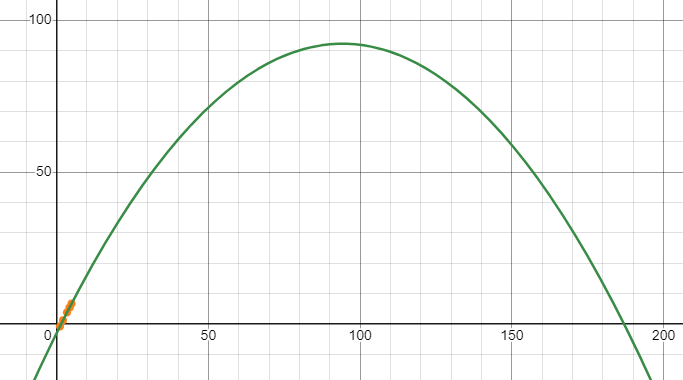
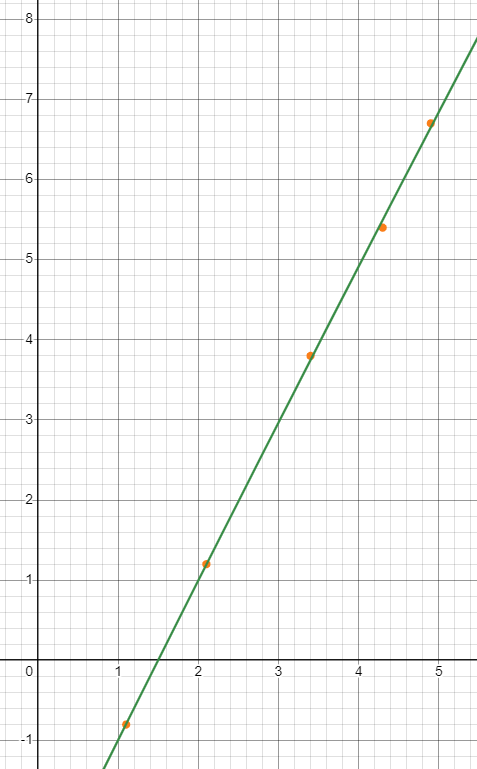
Формула:

**Метод наименьших квадратов:**

После подсчета сумм получили систему:

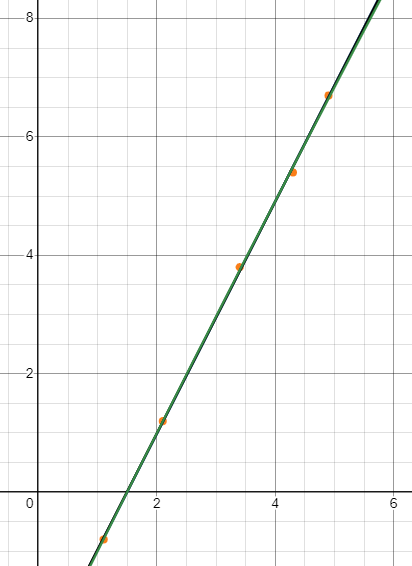
Посчитаем неизвестные:

Получена точечная оценка:



*График 3. Точечная оценка МНК квадратичной регрессии*

Сравнение графиков:



*График 4. Сравнение МНК квадратичная регрессия (зелёный), МНК линейная регрессия (черный), МС линейная регрессия (синий)*

1. Гипотеза

Проверка гипотезы об адекватности модели в задаче регрессии:

: Линейная модель хорошо согласуется с данными эксперимента и можно для дальнейшего исследования оставить её. Переход к квадратичной не требуется.

: Линейная модель плохо согласуется с данными эксперимента и можно для дальнейшего исследования оставить её. Переход к квадратичной требуется.

Введем статический критерий Фишера:

( – количество экспериментальных данных)

По теореме Фишера с уровнем значимости и степенями свободы и . По таблице найдем:

Получили, что входит в допустимую область:

Тогда принимается и мы оставим линейную модель.

1. Интервальные оценки параметров и функции регрессии

– ошибка измерения. Будем считать измерения равноточными.

Определим оценку матрицы корреляционных моментов:

Получили:

Оценка параметров:

По теореме Стьюдента с доверительной вероятностью и степенью свободы нашли по таблице:

Получили следующие оценки:

Для параметра :

Для параметра :

Оценим функцию:

Доверительный интервал на функцию регрессии:

Для :

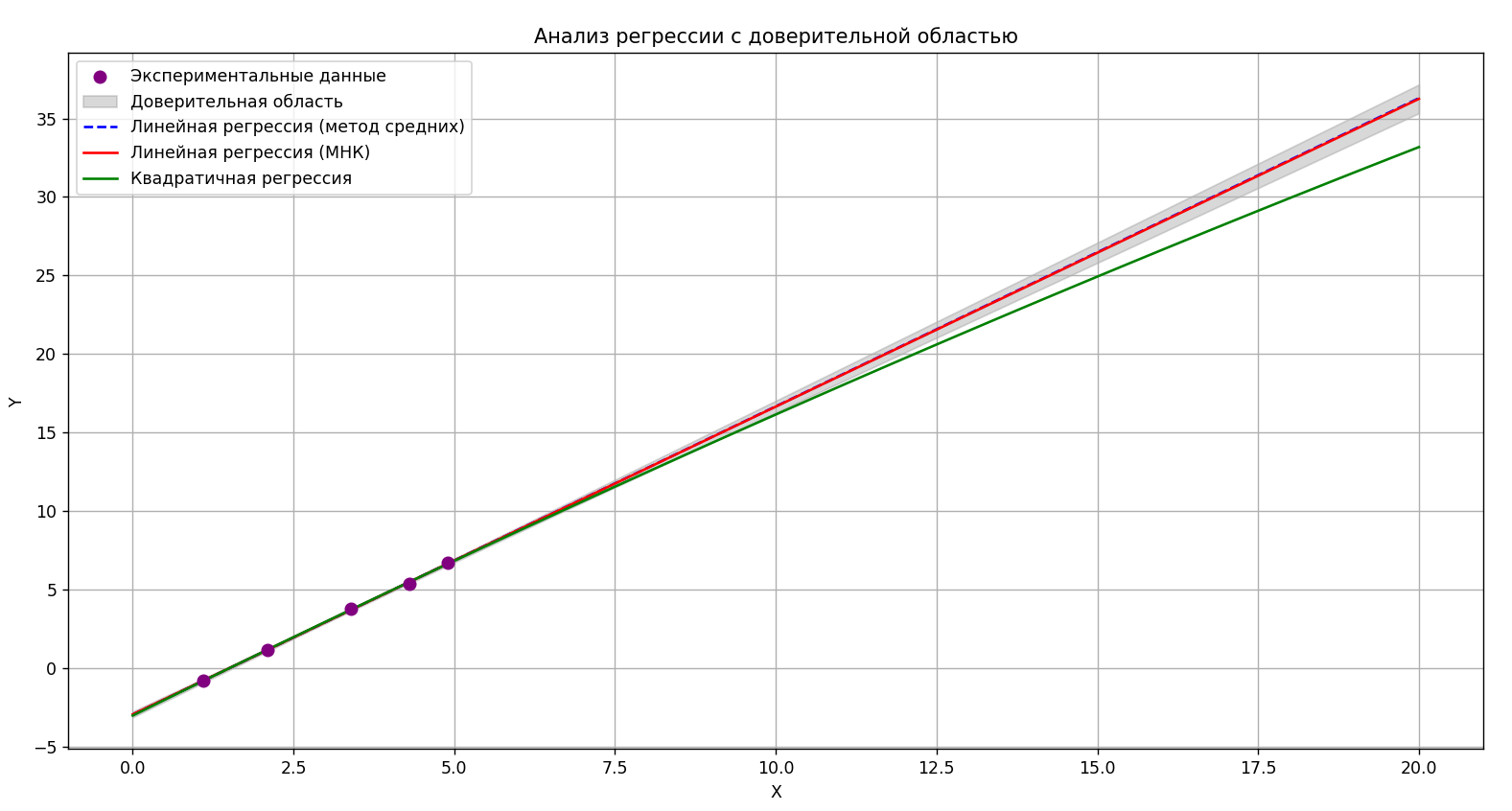
Для :

Для :

Для :

Для :

1. Итоговый график



*График 5. Доверительная область*

1. Выводы

На основании анализа двумерной выборки построили точечную оценку линейной функции регрессии по методу средних и методу наименьших квадратов. Проверили статистическую гипотезу об адекватности выбранной модели экспериментальным данным. Построили доверительные интервалы для коэффициентов функции регрессии и для всей функции.